МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ
НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 №23.4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Векторный и тензорный анализ

название дисциплины

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

код и направления подготовки

образовательная программа

Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОПОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	**Результаты освоения ООП** ***Содержание компетенций****	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине****
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования Уметь: использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования Владеть: навыками использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина реализуется в рамках естественнонаучного модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные на предыдущих уровнях образования:
«Математический анализ».
«Аналитическая геометрия».

Дисциплины и/или практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:
«Теория вероятностей и математическая статистика».
«Численные методы».

Дисциплина изучается на 2 курсе во 3 семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид работы	**Форма обучения** (вносятся данные по реализуемым формам)	
	Очная	**Заочная**
	Семестр	**Курс**
	№ 3	**№**
	Количество часов на вид работы:	
Контактная работа обучающихся с преподавателем		
Аудиторные занятия *(всего)*	**64**	
В том числе:		
лекции (лекции в интерактивной форме)	**32**	
практические занятия (практические занятия в интерактивной форме)	**32**	
лабораторные занятия	**0**	
Промежуточная аттестация		
В том числе:		
зачет	**-**	
экзамен	**36**	
Самостоятельная работа обучающихся		
Самостоятельная работа обучающихся *(всего)*	**44**	
В том числе:		
проработка учебного (теоретического) материала	**14**	
выполнение индивидуальных домашних заданий	**20**	
подготовка ко всем видам контрольных испытаний текущего контроля успеваемости (в течение семестра)	**5**	
подготовка ко всем видам контрольных испытаний промежуточной аттестации (по окончании семестра)	**5**	
Всего (часы):	**144**	
Всего (зачетные единицы):	**4**	

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Виды учебной работы (в часах)			
		Очная форма обучения			
		Лек	Пр	Внеауд	СРО
1.	**Интегралы, зависящие от параметра**	**4**	**4**		**4**
1.1.	Собственные интегралы и несобственные интегралы, зависящие от параметра	2	2		2
1.2.	Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье.	2	2		2
2.	**Кратные интегралы**	**8**	**8**		**4**
2.1.	Определение и свойства двойного и тройного интеграла. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в кратных интегралах.	2	2		2
2.2.	Приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах.	6	6		2
3.	**Криволинейные и поверхностные интегралы.**	**6**	**8**		**6**
3.1.	Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	2	4		3
3.2.	Поверхностные интегралы. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-ого рода и 2-ого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса	4	4		3
4.	**Элементы векторного анализа**	**2**	**2**		**8**
4.1.	Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор.	1	1		4
4.2.	Дифференциальные операции второго порядка .	1	1		4
5.	**Комплексные числа. Функции комплексного переменного.**	**4**	**4**		**6**
5.1.	Комплексные числа и операции над ними. Простейшие функции комплексного переменного.	1	2		2
5.2.	Дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного	2	1		2

5.3	Ряды.	1	1		2
6.	**Особые точки, вычеты, приложения.**	**4**	**4**		**8**
6.1.	Классификация особых точек и вычеты в них.	2	2		4
6.2.	Приложения вычетов для вычисления интегралов	2	2		4
7.	**Операционное исчисление**	**4**	**2**		**8**
7.1.	Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение и их свойства.	2	1		4
7.2	Приложения	2	1		4
	Итого за 3 семестр:	**32**	**32**		**44**
	Всего:	**32**	**32**		**44**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

*Лекционн*ый курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1. Интегралы, зависящие от параметра		
1.1.	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра	Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Зависимость пределов интегрирования от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Понятие равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
1.2.	Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье.	Гамма-функция и Бета-функция. Основные свойства Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
2. Кратные интегралы		
2.1.	Двойные и тройные интегралы	Мера плоских фигур. Свойства измеримых фигур и примеры измеримых фигур. Объёмы цилиндрических тел. Понятие двойного и тройного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного и тройного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному интегралу.
2.2.	Замена переменных в двойном и тройном интеграле.	Замена переменных в двойном и тройном интеграле. Якобиан. Полярная система координат. Сферическая и цилиндрическая системы координат. Физические и геометрические приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах.
3. Криволинейные и поверхностные интегралы		
3.1	Криволинейные интегралы.	Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства, применение. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Формула Грина. Вычисление площади. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
3.2	Поверхностные интегралы.	Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Вычисление и свойства. Формула Остроградского. Формула Стокса.
4. Элементы векторного анализа.		

4.1	Скалярные и векторные поля.	Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор.
4.2	Дифференциальные операции второго порядка	Дифференциальные операции второго порядка. Основные дифференциальные операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах. Запись основных формул в цилиндрических и сферических координатах.
5.	**Комплексные числа. Функции комплексного переменного**	
5.1.	Комплексные числа и операции над ними. Простейшие функции комплексного переменного	Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Различные формы записи. Элементарные функции комплексного переменного.
5.2.	Дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного	Предел и непрерывность функции. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана Геометрический смысл производной. Аналитическая функция. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
5.3	Ряды	Числовые и функциональные ряды. Ряды Тейлора и Лорана.
6.	**Особые точки, вычеты, приложения**	
6.1.	Классификация особых точек и вычеты в них.	Классификация изолированных особых точек и вычеты в них. Вычисление вычетов во всех видах особых точек. Основная теорема Коши о вычетах.
6.2.	Приложения	Вычисление интегралов по замкнутому контуру с помощью теории вычетов. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.
7	**Операционное исчисления**	
7.1.	Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение и их свойства.	Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Свойства оригиналов и изображений. Таблица изображений для элементарных функций. Теорема обращения (интеграл Меллина), теоремы разложения изображения.
7.2	Приложения	Решение дифференциальных уравнений и систем с помощью преобразования Лапласа.

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
	1.Интегралы, зависящие от параметра	
1.1.	Интегралы, зависящие от параметра	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость. Равномерная сходимость. Предельный переход, дифференцирование под знаком интеграла №3730-3762[3], №3711-3840 [7]
1.2.	Интегралы Эйлера	Интегралы Эйлера. Гамма и Бета функции. №3841-3880 [7]
1.3	Интеграл Фурье.	Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. №3881-3900 [7]
	2. Практика кратного интегрирования	
2.1.	Кратное интегрирование	Практика кратного интегрирования. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения. №3901-4160 [7], [3]
2.2.	Приложения кратных интегралов	Приложения кратных интегралов к вычислению объемов, координат центра масс, моментов и т.п. №3984-3974[7],
	3. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы векторного анализа.	
3.1	Криволинейные и поверхностные интегралы	Криволинейные интегралы первого и второго рода. Прикладные задачи. Поверхностные интегралы 1- го и 2- го рода. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Прикладные задачи. №3770-3874[3], №4221-4366 [7]
3.2	Основные дифференциальные операции	Основные дифференциальные операции и их свойства в декартовых координатах. Поток и циркуляция векторного поля. Формулы Грина, Остроградского, Стокса. Потенциальные и соленоидальные поля. Прикладные задачи. №3776-3900[3], №4367-4400 [7]
	4. Элементы векторного анализа.	
4.1	Скалярные и векторные поля.	Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. №4404-4465 [3], №4401-4457 [7],

4.2	Дифференциальные операции второго порядка .	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций. § 2.1-2.4[8]
	5. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.	
5.1	Комплексные числа и операции над ними. Простейшие функции комплексного переменного	Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Различные формы записи. Элементарные функции комплексного переменного § 1.1-1.3[8]
5.2	Дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного	Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. § 5.1-5.3[8]
5.3	Ряды	Числовые и функциональные ряды. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек. § 3.2-3.3[8]
	6. Особые точки, вычеты, приложения	
6.1.	Классификация особых точек и вычеты в них.	Классификация изолированных особых точек и вычеты в них. Вычисление вычетов во всех видах особых точек. Основная теорема Коши о вычетах. § 6.1-6.3[8]
6.2.	Приложения вычетов для вычисления интегралов	Вычисление интегралов по замкнутому контуру с помощью теории вычетов. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. § 7.1-7.3[8]
	7. Операционное исчисления	
7.1.	Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение и их свойства.	Оригинал и изображение. Свойства оригиналов и изображений. Таблица изображений для элементарных функций. Техника нахождения оригиналов и изображений. § 8.1[8]
7.2	Приложения	Решение дифференциальных уравнений и систем с помощью преобразования Лапласа. § 8.2[8]

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Основная литература - учебники и пособия 1- 10

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине/

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 3 семестр			
№ п/п	**Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)**	**Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка**	**Наименование оценочного средства**
1.	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1	Контрольная работа 1
2.	Кратные интегралы.	ОПК-1	
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1	Контрольная работа 2
4.	Элементы векторного анализа.	ОПК-1	
5.	Функции комплексного переменного.	ОПК-1	
6.	Особые точки, вычеты, приложения**.**	ОПК-1	
7.	Операционное исчисление.	ОПК-1	
Промежуточный контроль, 3 семестр			
	Экзамен	ОПК-1	Экзаменационный билет

6.2. ***Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы***

6.2.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, признаки равномерной сходимости. Примеры.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

4. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры.
5. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции. Вычисление интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x\,dx$.
6. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры.
7. Преобразование Фурье (прямое, обратное, косинус- и синус-преобразование).
8. Определение и свойства кратных интегралов: разбиения, интегральная сумма, интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику и по элементарной области. Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.
10. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.
11. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.
12. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.
13. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычисление с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
14. Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.
15. Площадь поверхности: определение, вычисление с помощью двойного интеграла (для параметрического и явного задания).
16. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и вычисление с помощью двойного интеграла.
17. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с помощью двойного интеграла.
18. Формула Грина и ее следствие (вычисление площади). Условие потенциальности плоских векторных полей.
19. Дивергенция. Формула Остроградского и ее следствие.
20. Ротор. Формула Стокса. Условие потенциальности векторных полей в пространстве.
21. Элементы теории поля: оператор ∇, правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью ∇.
22. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки.
23. Производная функции комплексного переменного. Теорема о дифференцируемости функции комплексного переменного, условия Коши-Римана. Аналитичность функции комплексного переменного в точке и в области. Примеры.
24. Гармонические функции, сопряженные гармонические функции. Задача о

восстановлении аналитической функции по известной действительной (или мнимой) части.
25. Интеграл от функции комплексного переменного: определение, связь с криволинейными интегралами, свойства, примеры. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Примеры.
26. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Теорема о существовании первообразной для аналитической функции. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры.
27. Интегральная формула Коши для функции и для производной. Примеры.
28. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Утверждение о радиусе сходимости ряда Тейлора. Разложения элементарных функций.
29. Ряд Лорана (определение, область сходимости). Теорема Лорана о разложении аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Примеры.
30. Изолированные особые точки однозначного характера (определения, классификация, примеры) и связь с разложением в ряд Лорана в окрестности точки.
31. Вычет функции в конечной и бесконечной особой точке. Вычисление вычета во всех типах изолированных особых точек.
32. Основная теорема Коши о вычетах и ее следствие – теорема Коши о полной сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости. Примеры вычисления контурных интегралов.
33. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов: $\int\limits_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)\, d\varphi,\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} R(x)\, dx$.
34.Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Теорема об аналитичности изображения.
35.Свойства преобразования Лапласа: свойство линейности, теоремы подобия, запаздывания, смещения.
36. Теоремы дифференцирования и интегрирования оригинала и изображения. Изображение свертки функций.
37. Теоремы о восстановлении оригинала по заданному изображению: теорема обращения, теорема разложения изображения.
38. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений.

Билеты к экзамену (демонстрационный вариант)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Векторный и тензорный анализ».

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

.2.. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint\limits_D ydxdy$ по области D, заданной неравенствами: $1 \le xy \le 4$, $\frac{1}{4}y \le x \le y$.

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$a = (x^2 + xy)i + (y^2 + yz)j + (z^2 + xz)k,$

$S : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \ge 0). \end{cases}$

4.Найти конечные особые точки, определить их тип и найти вычеты $f(z) = \dfrac{tg(z-1)}{z^2 - 1}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

по курсу «Векторный и тензорный анализ».

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_D (1 + 2x^2)dxdydz$ по области D, ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1$, $z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

3. Найти поток векторного поля a через часть плоскости P, расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

$a = (27\pi - 1)xi + (34\pi y + 3)j + 20\pi zk$, $P : 3x + \frac{y}{9} + z = 1.$

4.Вычислить интеграл: $\oint_{|z-1-i|=1,25} \dfrac{2dz}{z^2(z-1)}$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

в) описание шкалы оценивания:

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий;

	достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 25-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 24 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; . - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

6.2.2. Контрольная работа 1

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Тема: Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_0^{+\infty} x^2 e^{-2x^2} dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 3|x|,\ |x| \le 1$ и $f(x) = 0,\ |x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-4}^{0} dx \int\limits_{-\sqrt{4+x}}^{4+x} f(x, y) dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^2, y = 2$ с плотностью $\mu(x, y) = 2 - y$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1,\ z = 2 - x^2 - y^2,\ z = 0$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V zdxdydz$, $V: x^2 + y^2 + z^2 \le 32,\ z \ge \sqrt{x^2 + y^2}$.

. **Вариант 2.**

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^3}{\left(1 + x^3\right)^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = x,\ |x| \le 3$ и $f(x) = 0,\ |x| > 3$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{0,25x^2}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \le 1, y \le \frac{1}{2}x, y \ge 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x = y^2,\ x + z = 4,\ z = 0$.

6. .Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint\limits_V \frac{zdxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$,

$V: 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 9,\ z \ge 0, y \ge 0$.

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^9 x^2 \cdot \sqrt{9-x}dx$.
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=1-|x|, |x| \le 1$ и $f(x)=0, |x|>1$
3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^3 dy \int\limits_{(16y)/3}^{25-y^2} f(x,y)dx$
4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x+y=1,\ x+2y+2=0, x=0$ с плотностью $\mu(x,y)=x^2$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y=x,\ y=-x, y=1,\ z^2=1-y,\ z=0(z \ge 0)$.
6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V \frac{zdxdydz}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$,

$V: z \le 1-x^2-y^2,\ z \ge 0$.

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{\pi/4} \sqrt[4]{tg\,2x}dx$.
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=\begin{cases}2, & 1 \le x \le 4,\\ 0, & x<1; x>4.\end{cases}$
3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^{x^2+1} f(x,y)dy$
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x=4-y^2, y=x+2, y=-2$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=\sqrt{16-x^2-y^2}$, $\sqrt{3}z=\sqrt{x^2+y^2}$.
6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V (z-2)dxdydz$,

$\partial V: z=6(x^2+y^2),\ x^2+y^2=3,\ z=0$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

в) описание шкалы оценивания:
Контрольная работа 1 по теме “Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы” оценивается в 30 баллов: задачи 1, 2, 4 оцениваются в 4 балла, а остальные – в 6 баллов.

6.23. Контрольная работа 2

а) типовые задания (вопросы) - образец:
Тема: Криволинейные и поверхностные интегралы. Функции комплексного переменного.

Вариант 1.

1. Вычислить интеграл $\int\limits_L \frac{dl}{x^2+y^2+z^2}$, где L - первый виток винтовой линии $x = 4\cos t, y = 4\sin t, z = 3t$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (2+y-7x+9z)ds$, где $S-$ часть плоскости $2x-y-2z=-2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S (x^2+y^2)z\,dxdy$, где S - внешняя сторона нижней половины сферы $x^2+y^2+z^2=9$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = zy^2\,\vec{i} - 2xy\,\vec{j} + z\,\vec{k},\ L: x=\cos t,\ y=\sin t,\ z=3$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k},\ S: z = 3x^2+2y^2+1;\ x^2+y^2=4;\ z=0.$

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int\limits_{AB} \left(\bar{z}^2 - z\right)dz$, $AB: |z| = 2, \operatorname{Im} z \le 0$ от $z_A = -2$ до $z_B = 2$.

7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$.,

Вариант 2

1. Вычислить интеграл $\int\limits_L ye^x dl$, где $L: x^2+y^2=4x$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (6x+y+4z)ds$, где S - часть плоскости $3x+3y+z=3$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S (2y^2-z)dxdy$, где S - часть поверхности $z = x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=2$ (вектор нормали образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = 3y\vec{i} - 2x\vec{j} + x\vec{k},\ L: x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=3-3\cos t-3\sin t$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\,\vec{j} + xz\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2=4;\ x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int\limits_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$, AB - отрезок прямой, $z_A = 0,\ z_B = 2+2i$.

7.Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\oint\limits_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1)dz}{z^3}$

Вариант 3.

1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (xy+x^2)dl$, где L - отрезок прямой от точки $A(1,3)$ до точки $B(-2,5)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (2x+5y-z)ds$, где $S-$ часть плоскости $x+2y+z=2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S 3x^2\,dydz - y^2dxdz - zdxdy$, где S - часть параболоида $1-z = x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = -x^2y^3\,\vec{i} + 4\,\vec{j} + x\,\vec{k}$, $L: x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = 4$
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = \left(e^y + 2x\right)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + \frac{1}{4}\left(e^{xy} - z\right)\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2 = 2y+3$.
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой
$\int_{AB} \mathrm{Re}\left(z+z^2\right)dz$, $AB = \{(x,y): y = x^2,\ 0 \le x \le 1\}$
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2+\sqrt{3}\sin t}$,

Вариант 4.
1. Вычислить интеграл $\int_L \left(2x+y^2\right)dl$, где $L: x^2+y^2 = 1$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz\,ds$, где $S-$ часть поверхности $z = x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=16$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xdydz + z^3dxdy$, где S - внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2 = 1$, отсекаемая плоскостью $z = 0 (z \ge 0)$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = z\,\vec{i} + y^2\,\vec{j} - x\vec{k},\ L: x = \sqrt{2}\cos t,\ y = 2\sin t,\ z = \sqrt{2}\cos t$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = \left(yz - 2x^2\right)\vec{i} + (\sin x + y)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k},\ S: x + 2y - 3z = 6, x = 0, y = 0, z = 0.$
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой
$\int_{AB} \mathrm{Im}\, z dz,$ $AB = \{(x,y): y = 2x^2, 0 \le x \le 1\}$
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2)dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа 2 считается выполненной, если правильно решены 5 задач (получено 17 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:
Контрольная работа 2 “Криволинейные и поверхностные интегралы. Функции комплексного переменного ” оценивается в 30 баллов: задачи 3 и 5 оцениваются по 5 баллов, а остальные задачи – по 4 балла.

6.2.4. Индивидуальные задания [4], [5]

а) типовые задания (вопросы) :

1. Индивидуальное задание 1:“Кратные интегралы ” [4].

Выдается на 4 неделе, принимается на 8 неделе.
2. Индивидуальное задание 2: “Векторный анализ”[4].
Выдается на 9 неделе, принимается на 12 неделе.
3. Индивидуальное задание 3: “Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление”, задачи 1-20 [5].
Выдается на 12 неделе, принимается на 17 неделе.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Баллы за индивидуальное задание не выставляются. Выполнение индивидуальных заданий является необходимым условием для допуска к контрольным работам по соответствующим темам и к экзамену в конце семестра.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	**Этап рейтинговой системы Оценочное средство**	**Балл**	
		Минимум	Максимум
Текущий	**Контрольная точка № 1**	18	30
	Контрольная работа №1	18	30
	ИДЗ №1		
	Контрольная точка № 2	17	30
	Контрольная работа №2	17	30
	ИДЗ №2, №3		
Промежуточный	**Экзамен**	25	40
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

Устный опрос проводится на каждом практическом занятии и затрагивает как тематику прошедшего занятия, так и лекционный материал. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений приводить примеры практического использования знаний (например, применять их в решении практических задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на экзамене.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1.Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит, 2006, ч.2. – 140экз.
2.Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функции комплексного переменного. М., Наука, 1999.-135экз.
3.Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие/ Г.Н. Берман. -22-е изд., перераб. -СПб.: Профессия, 2007.-432 с. 250 экз.
4.Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике. СПб.: «Лань», 2005г-400экз.
5.Чудесенко В.Ф. сборник заданий по специальным курсам высшей математики. СПб: «Лань», 2005г- 400 экз.
6.Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2006, т.2. -70экз
7.Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: АСТ Астрель, 2007 г. – 300экз. - 13-е изд., испр. - М. : Сервисная компания, 2014. - 624 с. – 50 экз.
8.Сборник задач по теории функции комплексного переменного. Под ред. проф. А. П. Буланова. Обнинск, ИАТЭ, 2005. -300 экз.
9. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М: Наука, 2002- 50экз.
10.Привалов И. И.. Введение в теорию функции комплексного переменного. М., Высш. Школа, 1999.-55экз.

б) дополнительная учебная литература:

1.Сборник задач по математическому анализу в 3 т.Т.2. Кудрявцев Л.В., Кутасов А.Д.,
Чехлов В.И., Шабунин М.И., ФИЗМАТЛИТ, 2010.
2.Зорич В.А. Математический анализ.Т.2.М., МЦНМ0,2012
3.Нестеров А.В, Юрченко А. М. Конспект лекций по курсу "Теория функций комплексного переменного". Учебное пособие для студентов второго курса. Обнинск, 1998.-50экз.
4. Краснов М. Л, Киселев А. И,. Макаренко Г. И.. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981-20 экз.

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

1. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm. EqWorld - мир математических уравнений. Учебно-образовательная физико- математическая библиотека.
2.http://mathhelpplanet.com/ Математический форум Math Help Planet
3.http://www.iqlib.ru/ Электронная библиотека IQLb образовательных и просветительских изданий. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям.
4.http://www/edu/ru/modules/php?op=modload&name=Web_.Links&file=index&l_op=viewlk&cid=2720 – Федеральный портал российского профессионального образования: Математика и естественно-научное образование.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекции.
При изучении дисциплины необходимо конспектировать лекции, кратко записывая основные определения, формулировки теорем и основные пункты их доказательств. Для понимания материала лекций и его качественного усвоения рекомендуется за день до следующей лекции прочитать и повторить материал по конспекту. В случае возникших вопросов изучить теоретический материал по учебнику либо получить консультацию у преподавателя. Желательно дополнительно прочитывать материал по рекомендованным учебникам.
Практические занятия.
При подготовке к практическим занятиям надо прочитать теоретический материал по теме и просмотреть материалы предыдущего семинара и только потом приступать к выполнению домашнего задания. На практических занятиях активно участвовать в работе группы, в случае невыполнения отдельных заданий задавать вопросы преподавателю.
Контрольная работа.
При подготовке к контрольной необходимо повторить теоретический материал по лекциям и учебникам, просмотреть типичные задачи по теме, которые решались на занятиях и в домашних заданиях, решить несколько задач по теме из сборника индивидуальных заданий (Кузнецов[4]).

Экзамен.

При подготовке к экзамену необходимо изучить теоретический материал, который выносится на экзамен, по конспекту лекций. Для лучшего понимания или в случае возникновения вопросов обратиться к рекомендуемым учебникам или Интернет-ресурсам. На консультациях активно выяснять возникшие вопросы. Экзамен является итоговой аттестацией по предмету за семестр, поэтому он требует систематизации всего лекционного и практического материала. Совершенно необходимо для подготовки к экзамену вдумчиво и внимательно выполнить индивидуальное домашнее задание. Задачи по типу этого задания часто встречаются на экзамене. Для успешной сдачи экзамена требуется систематическая работа в семестре, активная самостоятельная работа с учебниками или Интернет-ресурсами.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

1. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm. EqWorld - мир математических уравнений. Учебно-образовательная физико- математическая библиотека.

2.http://mathhelpplanet.com/ Математический форум Math Help Planet

3.http://www.iqlib.ru/ Электронная библиотека IQLb образовательных и просветительских изданий. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям.

4.http://www/edu/ru/modules/php?op=modload&name=Web_.Links&file=index&l_op=viewlk&cid=2720 – Федеральный портал российского профессионального образования: Математика и естественно-научное образование.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для преподавания дисциплины «Векторный и тензорный анализ» необходимы учебные аудитории для чтения лекций и практических занятий, оборудованные доской и мелом.

12. Иные сведения и (или) материалы

Дисциплины «Математический анализ» и «Векторный и тензорный анализ» являются одними из основных фундаментальных учебных дисциплин; они обеспечивают подготовку специалистов к успешному освоению дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

Цели освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ»**.**

Целями изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» являются формирование у специалиста следующих результатов обучения:

- теоретическая подготовка и получение практических навыков по высшей математике для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа.
- развитие логического мышления студентов, привить потребность теоретического обосновании различных явлений.
- формирование компетенций.

В ходе изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» решаются следующие **задачи**:

1. Создание у студентов достаточно широкой подготовки в области математики и воспитание достаточно высокой математической культуры.
2. Сформировать у специалистов навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.
3. Привитие навыков самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.
4. Формирование компетенций ОПК-2.

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Лекции.
Практические занятия.
Контрольные работы.
Индивидуальные задания.
Самостоятельная работа студентов.

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки

Тема: Операционное исчисление (Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа)

Вопросы:
1. Нахождения изображения по оригиналу, используя таблицу изображений и свойства оригиналов и изображений.
2. Методы нахождения оригинала по заданному изображению
3. Метод решения дифференциального уравнения, основанный на формуле Дюамеля.

Задания для самопроверки по теме: раздел 1”Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление ”([5], Чудесенко В.Ф.),задачи 21-24, 26.

Вопросы и типовые задания для самопроверки по курсу

1. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V (x+y)dxdydz; V: z=10x, x+y=1, x=0, y=0, z=0.$

3. Найти объем тела, заданного неравенствами

$1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4, \quad z \le -\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}, \quad y \ge \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \ge -\frac{x}{\sqrt{3}}.$

4. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = (x^3+xy^2)\vec{i} + (y^3+x^2y)\vec{j} + z^2\vec{k},$$
$$S: x^2+y^2=16, P_1: z=-1, P_2: z=2.$$

5. Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz) $\vec{a} = xi+yj+zk, \quad P: x+y+z=1.$

6. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2+y^2+z^2=25, \\ x^2+y^2=9 (z>0). \end{cases}$$

7. Найти работу силы $F=(x+2y)i+(y+2x)j$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN. $M(-4{,}0), N(0{,}2).$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$x^2-2x+y^2=0, x^2-10x+y^2=0, y=0, y=\sqrt{3}x.$

9. Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V xdxdydz; V: y=x, y=0, x=1, z=x^2+y^2, z=0.$

10. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$x^2+y^2=2\sqrt{2}y, z=x^2+y^2-4, z=0 (z \ge 0).$

11. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a=(x-y)i+(x+y)j+z^2k, S: x^2+y^2=4, P_1: z=-2, P_2: z=2.$$

12. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a=(5x-6)i+(11x^2+2y)j+(x^2-4z)k, S: \begin{cases} x+y+2z=2, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$$

13. Найти работу силы $F=xi+yj$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN. $M(4{,}0), N(0{,}-2).$

14. Найти циркуляцию векторного поля $a=yi-xj+zk,$ вдоль контура

$\Gamma: \begin{cases} x=\cos t, y=\sin t, \\ z=3. \end{cases}$

15. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой $\int\limits_L (2z+1)dz, \quad L: \quad y = x^3, \ z_A = 0, z_B = 1+i$.

16.. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+n}{(7+i)^{2n}} z^n$.

17. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 10z + 24}$ в кольце $4 < |z| < 6$.

18. Доказать, что функция $u(x) = e^{-y} \cos x$ может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию.

19.. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой $\int\limits_{AB} (\operatorname{Im} z^2)|z| dz, \quad AB: |z| = 4, \quad \operatorname{Im} z \geq 0$.

20. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(4-i)^{3n}}{6^n} z^n$.

21. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}$ в кольце $1 < |z| < 4$.

22. Вычислить интеграл: $\oint_{|z-1-i|=1,25} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$.

23. Вычислить интеграл: $\oint_{|z|=3} \frac{(e^{\frac{1}{z}} + 1)dz}{z}$.

24. Вычислить интеграл $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dt}{13 - 12\cos t}$.

25. Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4+1)^2}$.

26. Решите систему $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y + 9 \end{cases}$; $x(0) = 1, \ y(0) = 0$.

27. Найти изолированные особые точки и вычислить вычеты в них $f(z) = \frac{\sin z}{z(z-2)}$.

28. Вычислить интеграл. $\oint_{|z-i|=1.5} \frac{dz}{z(z^2+4)}$

29.Операционным методом решить задачу Коши $y'' - y' = t^2$, $y(0) = 0, \ y'(0) = 1$.

30. Решите систему с помощью преобразования Лапласа $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$; $x(0) = 1, \ y(0) = 2$.

12.3. Краткий терминологический словарь

Асимптота, биекция, бесконечно большая величина, бесконечно малая величина, верхняя (нижняя) грань множества, градиент функции, график функции, дивергенция, дифференциал, дифференциальный бином, граница множества, индукция, индукция математическая, интеграл (несобственный, сходящийся, неопределенный, определенный, двойной, тройной, поверхностный, криволинейный), интеграл Дарбу, интегральная сумма, иррациональное число, касательная прямая и плоскость, квадрируемые и кубируемые множества, криволинейные координаты, компакт, кривая (гладкая, спрямляемая, кусочно-гладкая), кривизна, монотонность функции и последовательности, непрерывность, норма, нормаль, область (определения функции), окрестность (проколотая), оператор, остаток ряда, отображение, первообразная, последовательность и подпоследовательность, предел, производная, полином, поле (действительных, комплексных) чисел, признак (сходимости, сравнения), принцип вложенных отрезков, прообраз, равномерная непрерывность, радиус сходимости, разрыв (устранимый, неустранимый), ротор, ряд, сумма ряда, сумма Дарбу, точка (максимума, минимума, экстремума, разрыва), функция, экстремум.